Comment améliorer la typologie de l'ambiguïté ?
Une mesure expérimentale de l'accroissement de l'ambiguïté

Laure Cabantous & Anne-Laure Mascle-Allemand

1. Qu'est-ce qu'une situation ambiguë ?

L'ambiguïté est généralement présentée en opposition à ce qu'elle n'est pas : les définitions proposées insistent sur le fait que la situation ambiguë se distingue de la situation risquée et de la situation d'incertitude totale.

1.1 Entre risque et ignorance, quelles sont les spécificités de la situation ambiguë ?

Une situation est qualifiée d'ambiguë si le décideur peut dresser la liste des états de la nature (événements) susceptibles de survenir mais qu'il ne connaît pas bien la probabilité de chaque état de la nature. L'imprécision (l'incertitude) porte donc sur les probabilités (on parle également d'événement à probabilité ambiguë ou « vague »). La probabilité de l'événement ambigu est une variable aléatoire. L'événement associé à la probabilité imprécise est lui bien déterminé, dans le sens où l'on connaît sa nature (si c'est une perte ou un gain, par exemple, on en connaît le montant). L'ambiguïté se distingue ainsi du risque et de l'ignorance; c'est en quelque sorte une situation intermédiaire entre les deux (Yates et Zukoski [1976]).

- **La situation risquée** : d'après la théorie économique, un décideur fait face à une situation "risquée" lorsqu'il connaît tous les états de la nature possible et que la probabilité de chaque état est connue précisément et avec certitude. Le cas de référence est la loterie, le jeu de hasard.
- **L'incertitude fondamentale** (ou ignorance) est un cas extrême dans lequel le décideur dispose de très peu d'informations Il ne peut pas dresser la liste des événements possibles et a fortiori attribuer une probabilité à chaque événement. Selon Dequesh [2001], l'incertitude fondamentale est caractérisée par le fait que l'information pertinente ne sera jamais disponible *avant* que la décision doive être prise.
- **La situation ambiguë** est bien définie par Ellsberg dans son article de référence de 1961 :

  "situations in which so many probability judgments an individual can bring to bear upon a particular problem are either "vague" or "unsure" that his confidence in a particular assignment of probabilities, as opposed to some other of a set of "reasonable" distributions, is very low. We may define this as a situation of high ambiguity. (...) Ambiguity is a subjective variable, but it should be possible to identify "objectively" some situations likely to present high ambiguity, by noting situations where available information is scanty or obviously unreliable or highly conflicting; or where expressed expectations of different individuals differ widely; or where expressed confidence in estimates tends to be very low." Ellsberg [1961].

1. 2 Faut-il tenir compte de la spécificité de l'ambiguïté dans les théories économiques de la prise de décision ?

- **La théorie de l'utilité subjective espérée de Savage considère que le processus de décision mis en œuvre dans les situations risquées et ambiguës est le même.**

Une première tentative de distinction entre le risque et l'incertitude a été proposée par Knight au début du XX^{ème} s.. Celui ci suggérait que le risque était "probabilisable" alors que l'incertitude ne l'était pas. L'absence de probabilité dans le cas de l'incertitude rendait impossible l'utilisation de la théorie de l'utilité espérée pour prédire les choix des agents.

Cette distinction a été balayée par la théorie de l'utilité espérée de Savage (Subjective Expected Utility). Cette théorie reconnaît une différence entre le risque (les probabilités des événements sont "objectives") et l'incertitude /ambiguïté (les événements n'ont pas de probabilités objectives) mais postule que le processus de décision n'est pas affecté. Selon la théorie SEU, dans une situation ambiguë, le décideur, au lieu d'utiliser des probabilités "objectives"' (issues de données statistiques par exemple), se repose sur des probabilités "subjectives" (ie personnelles). A partir de son choix (et sous certaines conditions de rationalité précises), il possible d'inférer les probabilités subjectives du décideur.

- **La critique de Ellsberg : le décideur fait la différence entre une situation ambiguë et une situation risquée**

L'article de Ellsberg de 1961 remet sur le devant de la scène la distinction entre risque et incertitude / ambiguïté. Dans ses expériences, il montre que les décideurs violent les axiomes de la théorie SEU (notamment le principe de la chose sûre) et que "l'ambiguïté compte" dans le processus de décision. Les décideurs ne se comportent pas de la même façon face à du risque et face à de l'incertitude. Les expériences de Ellsberg mettent en évidence que les décideurs ont tendance à éviter les situations ambiguës et à leur préférer les situations risquées, s'ils ont le choix entre les deux. Ellsberg appelle ce phénomène "l'aversion à l'ambiguïté". Un décideur a de "l'aversion pour l'ambiguïté" s'il préfère parier une somme d'argent donnée sur un événement risqué (dont la probabilité est bien connue) plutôt que sur un événement ambigu.

Cette notion d'aversion à l'ambiguïté est très différente de la définition psychologique de "tolérance à l'ambiguïté" développée notamment par Budner. Par contre, l'aversion à l'ambiguïté que propose Ellsberg est relativement proche de l'aversion au risque de Arrow ainsi que de "l'effet de certitude" mis en évidence par Allais. Dans tous ces cas, le décideur semble préférer, parmi les deux possibilités qu'on lui propose, celle qui est "la plus certaine".

A partir des expériences de Ellsberg, des modèles de décision en situation ambiguë ont été développés. Ces modèles prennent en compte le fait que le décideur ne fait pas son choix en comparant uniquement les espérances de gain, il peut être sensible à la dispersion des gains autour de la moyenne. L'ambiguïté, définie comme une imprécision sur la valeur de la probabilité de l'événement (gain ou perte) aléatoire, a précisément un tel effet de dispersion (cf. Kahn et Sarin [1988] par exemple).

1. 3 Quelles sont les sources de l'ambiguïté ? Les conclusions des études expérimentales sur la prise de décision en situation ambiguë

Les études expérimentales sur l'ambiguïté et ses effets sur la prise de décision se scindent en deux grands courants. Ceux-ci se distinguent par la définition précise qu'ils proposent de l'ambiguïté.

- **L'approche "objective" de l'ambiguïté**

Le premier courant cherche à définir l'ambiguïté de façon "objective". L'ambiguïté provient de la qualité et de la quantité de l'information (l'information est imprécise, insuffisante) fournie au décideur. Dans cette approche, l'ambiguïté est modélisée à partir d'une distribution de probabilité de second ordre (Second Order Probability Distribution). Cela signifie que l'événement qui intéresse le décideur n'est pas caractérisé par une probabilité précise (comme dans le cas du risque) mais par un ensemble de valeurs. La probabilité de l'événement aléatoire est elle même aléatoire (ie. elle suit une loi de probabilité). L'intervalle maximum que peut prendre la probabilité de l'événement est bien sûr [0, 1]. Une probabilité est attribuée à chacune des valeurs possibles de la probabilité de l'événement, c'est pourquoi on parle de distribution de probabilités de second ordre. Deux critères sont utilisés pour distinguer les situations ambiguës entre elles : la taille de l'intervalle de valeurs que peut prendre la probabilité de l'événement et le nombre de distributions de second-ordre proposées pour caractériser la probabilité de l'événement. Ces deux critères sont présentés plus loin.

Des expériences ont été menées afin de voir dans quelle mesure l'ambiguïté d'une situation peut se résumer à la taille de l'intervalle de valeur de la probabilité de l'événement. Les résultats suggèrent que le degré d'ambiguïté d'une situation n'est pas uniquement lié à la taille de l'intervalle de probabilité (Yates et Zukoski [1976], Curley et Yates [1985]). Ces travaux incitent à envisager l'ambiguïté d'une situation à partir d'éléments plus subjectifs, c'est à dire liés à la perception qu'ont les agents de la situation ambiguë.

- **L'approche "subjective" de l'ambiguïté**

Le second courant de recherche développe l'idée selon laquelle l'ambiguïté d'une situation dépend de la perception qu'à le décideur de la situation. Dans cette approche, une situation n'a pas le même niveau d'ambiguïté pour tous. Health et Tversky suggèrent que la compétence (le savoir, les connaissances...) du décideur est une variable déterminante dans sa perception de l'ambiguïté d'une situation. Les sujets préfèrent parier sur des événements pour lesquels ils se sentent compétents. L'aversion à l'ambiguïté peut disparaître lorsque les sujets pensent qu'ils sont assez compétents pour prendre une décision, même si la situation est imprécise / ambiguë. Un entraîneur de foot par exemple, préfère certainement parier sur le résultat d'un match de foot plutôt que sur l'issue d'une course de chevaux, et cela même si les deux paris sont objectivement aussi ambigus (la probabilité de gagner appartient au même intervalle de valeur par exemple). Cette hypothèse est actuellement très développée (Fox et Tversky [1995], Fox et Weber [2001]).

Savoir dans quelle mesure l'aversion à l'ambiguïté est provoquée artificiellement par le processus de choix (choisir entre une situation risquée et une situation ambiguë) est une autre question importante. Health et Tversky formulent à ce propos une hypothèse dite "d'ignorance comparative" (*the comparative ignorance hypothesis*). Rode et ali [1999] testent cette hypothèse et montrent que l'aversion à l'ambiguïté est surtout provoquée par l'imprécision sur les probabilités des événements.

D'autres sources potentielles de l'ambiguïté (et de l'aversion à l'ambiguïté) ont été testées. L'étude de Curley, Yates et Abrams [1986] conclut que l'hypothèse d'auto-justification est la source la plus solide de l'aversion à l'ambiguïté. Les sujets préfèrent les situations risquées aux situations ambiguës car les premières seraient plus faciles à justifier que les secondes. Cette explication ne permet cependant pas de comprendre la cause profonde de l'aversion à l'ambiguïté. puisqu'elle n'explique pas pourquoi les personnes auxquelles les décideurs doivent rendre compte de leur choix préfèrent le risque à l'ambiguïté (ie. sont eux-aussi averses à l'ambiguïté) !

Dans cette perspective "subjective", il n'est pas possible de proposer une échelle de l'accroissement de l'ambiguïté puisque chaque décideur juge à sa manière, selon son expérience...le degré d'ambiguïté d'une situation.

Ce second courant de recherche permet d'étudier les réactions des sujets dans des situations de choix plus proches de la vie réelle. Elle complète bien le premier courant, qui étudie davantage des situations de choix théoriques (à partir de loteries) et permet de mettre à jour un classement ordinal des situations ambiguës. Nous proposons de revenir sur les travaux du premier courant afin de mieux comprendre comment les sujets réagissent à plus ou moins d'information. En effet, il nous semble que la question de l'accroissement de l'ambiguïté reste pertinent si l'on se limite à des situations de choix très théoriques (choix entre des loteries). En outre, dans ce premier courant, certaines questions demeurent sans réponse : on ne sait pas, par exemple, comment réagissent les sujets à une diminution de l'intervalle de probabilité lorsque le nombre de SOD augmente et inversement.

2. Les différents degrés d'ambiguïté : qu'est-ce qu'une augmentation de l'ambiguïté ?

Si la probabilité de l'événement aléatoire est elle aussi une variable aléatoire, il est intéressant pour le décideur de caractériser précisément cette variable aléatoire. Il recherche donc des informations sur l'intervalle de valeurs sur lequel cette variable aléatoire est défini et sur la fonction de répartition (ou loi de distribution) de la probabilité Au sein du courant de recherche "objectif", deux définitions de l'ambiguïté et deux mesures empiriques de celle-ci coexistent donc: l'intervalle de valeur de la probabilité et le nombre de distributions de second-ordre proposées.

Aucune étude empirique, à notre connaissance ne combine ces deux mesures de l'ambiguïté. Il n'existe pas non plus de modèle théorique de prise de décision suggérant ce que peut être un accroissement de l'ambiguïté lorsque les deux critères sont croisés. Le protocole expérimental proposé permet de croiser les deux mesures de l'ambiguïté et d'élaborer une échelle de l'accroissement de l'ambiguïté à partir des préférences des agents.

2. 1 L'ambiguïté d'un événement est jugé au moyen du nombre de distributions de second-ordre

Le nombre de distributions de second-ordre proposées au décideur est première façon d'envisager quantitativement (ou "objectivement") le degré d'ambiguïté d'une situation.. La distribution de second-ordre est la distribution de probabilités proposée pour spécifier la "forme" que peut revêtir la probabilité de l'événement.

Lorsque l'on sait avec certitude qu'un événement va se produire, la probabilité de cette événement est réduite à un point (une valeur précise) : la probabilité de l'événement certain est 1. La confiance qu'on a en cette valeur est un jugement de "second-ordre" car il concerne non pas l'événement mais la probabilité de cet événement. Si je suis persuadée que l'événement est certain, ie que sa probabilité est 1, ma distribution de second-ordre se réduit également à un point, le plus haut sur l'échelle de confiance, à savoir 1. Un événement risqué est un événement qui peut se réaliser avec une probabilité inférieure à 1; cette probabilité est là encore une valeur précise, comprise entre 0 et 1. Si je joue à pile ou face, par exemple, je sais que la probabilité de tomber sur pile est ½ et je ne remets pas en cause cette probabilité (à moins que je pense que la pièce de monnaie est « pipée » !). Dès lors que je fais entièrement confiance aux informations concernant les probabilités, il n'y a pas d'ambiguïté, je suis confrontée, tout au plus à du risque. Il y a ambiguïté lorsque je ne fais plus entièrement confiance aux probabilités qu'on me propose (Ellsberg [1961]). La situation est ambiguë quand je ne sais pas exactement la probabilité de l'événement. Dans ce cas, la probabilité de l'événement n'est plus une valeur précise mais est définie par un intervalle de valeur. Une précision intéressante pour le décideur peut être de connaître la fonction de répartition de la probabilité sur l'intervalle proposé. L'ambiguïté est donc exprimée par le nombre de distribution de second ordre (associées à la probabilité de l'événement) qu'on juge possibles.

Selon ce critère, plus le nombre de SOD possibles envisagées par le décideur est grand, plus la situation est ambiguë.

Exemples

◊ Supposons que 3 experts doivent rendre leur avis sur la probabilité d'un événement intéressant. Si les trois experts sont d'accord sur l'intervalle de valeur maximal que peut prendre la probabilité mais qu'ils proposent chacun une loi de distribution différente de la probabilité sur cet intervalle (le 1er expert propose une loi uniforme, le 2nd une loi normal et le 3ème une loi du Chi2), la situation est plus ambiguë que si les 3 experts sont d'accord sur la taille de l'intervalle et sur la forme de la distribution de second-ordre.

◊ Dans l'expérience à deux couleurs de Ellsberg, par exemple, le décideur sait qu'il y a dix boules, de couleur noire ou blanche, dans l'urne. Il ne sait pas combien de boules noires contient l'urne. Dans ce cas simple, il y a 11 situations possibles : le décideur peut penser qu'il y a "0 boules noires et 10 boules blanches", "1 boule noire et 9 boules blanches", ..."10 boules noires et aucune boule blanche". Si le décideur pense que chaque situation est a priori équiprobable, cela revient à dire qu'il imagine que la probabilité de tirer une boule noire dans l'urne suit une distribution uniforme (chaque situation a une probabilité 1/11 de se produire). Dans ce cas, une seule SOD est envisagée mais l'on peut imaginer des cas dans lesquels plusieurs croyances coexistent (c'est à dire que le décideur envisage plusieurs SOD possibles) et que le décideur ne sait pas pondérer ses croyances.

2.2 La taille de l'intervalle de probabilité permet de juger du degré d'ambiguïté d'une situation

Le second critère proposé pour mesurer le degré d'ambiguïté "objectif" d'une situation est celui de la taille de l'intervalle de valeurs que peut prendre la probabilité de l'événement (Yates et Zukoski [1976], Yates et Abrams [1986]).

D'après ce critère, une situation est "plus ambiguë" qu'une autre si l'intervalle de valeur de la probabilité est plus grand dans la première situation que dans la deuxième.

Exemples

◊ Considérons, deux événements aléatoires et ambigus, A et B. Si la probabilité de l'événement A est $p_A \in [4{,}5\text{-}5{,}5]$ et la probabilité de l'événement B est $p_B \in [3{,}5\text{-}6{,}5]$, l'événement A est "objectivement moins ambigu" que l'événement B.

◊ Avec ce critère, le problème à deux couleurs de Ellsberg est plus ambigu que le problème à 3 couleurs. Prenons une urne contenant 9 boules (noires ou blanches). La probabilité de tirer une boule noire appartient à l'intervalle [0, 1] (il n'y a que des boules blanches ou que des boules noires, ou des boules blanches et noires). Envisageons désormais une urne contenant 9 boules, de 3 couleurs différentes (jaune, rouge ou verte). Si je sais qu'il y a 3 boules jaunes dans l'urne, cela signifie qu'il y a 6 boules de couleur rouge ou verte. La probabilité de tirer une boule verte dans l'urne peut donc prendre les valeurs de l'intervalle [0, 2/3] (il n'y a pas de boules vertes, il y a 6 boules vertes et tous les cas intermédiaires). L'intervalle de la probabilité est réduite, donc le degré d'ambiguïté du problème à 3 couleurs est plus faible.

2.3 Commentaires sur ces deux mesures de l'ambiguïté et de son accroissement

- Le critère du nombre de SOD est un critère assez intuitif. Une augmentation du nombre de distributions (croyances) de la probabilité contribue clairement à augmenter l'ambiguïté de la situation. Si les experts ne sont pas d'accord sur la probabilité de l'événement (ainsi que sur la forme de la distribution de probabilité de cette probabilité), le décideur pensera certainement que la situation est plus ambiguë que si les deux experts étaient d'accord et lui proposaient une seule SOD. Ce critère peut donc s'interpréter assez facilement en terme d'unanimité / conflit sur la « forme » de la probabilité de l'événement.
- Le critère de taille de l'intervalle est également intéressant. Ce critère est très proche du critère de la variance utilisé dans les travaux sur le risque. Face à un choix risqué, la variance du résultat peut être utilisé comme une mesure du niveau de risque de la situation

(Cohen et Tallon [2000]). Dans le cas de l'ambiguïté, la variance intéressante pour le décideur est la variance de la probabilité de l'événement (et non la variance du résultat associé à l'événement risqué). Si la croyance sur la probabilité est une SOD uniforme, réduire la taille de l'intervalle de probabilité réduit la variance de cette probabilité. Pour illustrer ce point, considérons une loi discrète "uniforme" [1].

◊ S'il y a 10 boules (noires ou blanches) dans l'urne et que les 11 répartitions possibles sont équiprobables; la probabilité moyenne (de la probabilité) est 0.5, la variance de la SOD définie sur [0, 1] est 0.1.

◊ S'il y a 10 boules dans l'urne et que le décideur est certain qu'il y a entre 3 et 7 boules noires, la probabilité de l'événement "tirer une boule noire" est $p \in [0.3, 0.7]$, la probabilité moyenne est 0.5 et la variance de la SOD est $0.02 < 0.1$ (il y a 5 cas possibles[2]).

- Lorsque les deux critères d'accroissement de l'ambiguïté concordent et disent tous les deux soit qu'une situation est plus ambiguë qu'une autre, soit qu'elle est moins ambiguë, il n'y a pas de problèmes particuliers liés au fait d'utiliser deux critères distincts. Par contre, lorsque les deux critères donnent une conclusion différente (l'un permet de conclure que la situation est plus ambiguë car le nombre de SOD augmente, l'autre que la situation devient moins ambiguë car toutes les SOD sont définies sur un intervalle de valeurs plus petit), l'utilisation des deux critères pose problème. Un cadre théorique sur les sources objectives de l'ambiguïté manque. L'étude expérimentale des choix des sujets confrontés à des situations jugées de façon différente par les deux critères devrait permettre de relier les deux critères et d'envisager une échelle de l'accroissement de l'ambiguïté.

---

[1] Loi discrète "uniforme" : chaque valeur (discrète) que peut prendre la probabilité a la même probabilité de réalisation. De façon un peu abusive, on appellera cela une loi "uniforme discrète" par la suite.

[2] On peut des SOD qui ont une variance plus importante lorsque la taille de l'intervalle diminue. Comme nous étudions de façon expérimentale les choix des agents, nous réduisons notre analyse au groupe des "SOD uniformes", plus faciles à envisager pour les sujets. Avec ce type de SOD, si la moyenne de la distribution est respectée, la variance diminue lorsque la taille de l'intervalle de valeur est réduit. Supposons que je suis face à 2 urnes différentes dans leur composition mais que je ne peux pas distinguer extérieurement. Si je sais que l'urne A contient 9 boules blanches et 1 boule noire et que l'urne B contient 9 boules noires et 1 boule blanche, mais que je ne sais pas quelle est l'urne A, la probabilité moyenne de tirer une boule noire est 0.5 (puisqu'il y a bien au total 10 boules noires sur 20 boules) mais la variance de la distribution de second-ordre est 0.16 (ce qui est supérieur à 0.1). Pourtant, dans ce cas, la taille de l'intervalle a été réduite. Puisqu'il y a au moins 1 boule noire et au plus 9 boules noires, l'intervalle de probabilité est [0.1, 0.9] au lieu de [0, 1].

3. Plan d'expérience : comment combiner les deux mesures des degrés de l'ambiguïté ?

La littérature sur l'ambiguïté propose deux façons de mesurer l'accroissement de l'ambiguïté mais n'envisage pas de relier ces deux types de mesures. Les expériences menées montrent que l'ambiguïté ne se limite pas à une question de taille de l'intervalle. Yates et Zukoski [1976] mènent une telle expérience. Les auteurs arrivent à la conclusion qu'une situation A caractérisée par une distribution de second-ordre unique, définie sur l'intervalle [0,1] est préférée à une situation B dans laquelle ni le nombre de SOD envisageables, ni la taille de l'intervalle ne sont précisés. Initialement, leur intuition était que les sujets devaient préférer la situation B à la situation A. Selon eux, la taille de l'intervalle de valeur n'étant pas précisée dans la situation B, les sujets pouvaient envisager n'importe quel intervalle, y compris un intervalle plus petit que [0,1][3]. Cette explication n'est pas très convaincante. D'ailleurs, les résultats vont à son encontre (les sujets préfèrent la situation A), suggérant que les sujets, loin d'envisager "le meilleur" (ie. un intervalle réduit), estiment plutôt que "le pire" est possible (ie. un intervalle maximal). La situation B apparaît donc comme très ambiguë puisque le nombre de SOD et la taille de l'intervalle ne sont pas précisés, les sujets peuvent être pessimistes et envisager un intervalle maximal [0,1].

Nous pensons qu'il peut être intéressant de revenir sur cet article. Le paragraphe 3.1 donne quelques intuitions et le paragraphe 3.2 développe le plan d'expérience.

3.1 Illustration : 4 situations ambiguës

A partir des deux critères d'accroissement de l'ambiguïté, les sujet peuvent être amenés à choisir entre a) deux loteries ayant le même intervalle et un nombre différent de SOD possibles, ou b) deux loteries ayant le même nombre de SOD mais un intervalle différent.

Si chaque critère peut prendre 2 valeurs, les 4 situations suivantes sont envisageables.

Tableau 1 : 2 critères de l'ambiguïté et 4 situations ambiguës.

	Taille de l'intervalle : maximale [0,1]	Taille de l'intervalle : réduite
Nombre de SOD possibles : élevé	*Loterie 1* Ambiguïté maximale ?	*Loterie 2* Ambiguïté moyenne
1 seule SOD	*Loterie 3* Ambiguïté moyenne	*Loterie 4* Ambiguïté minimale (dans cet exemple)

[3] La situation B est exactement la situation dite "problème à 2 couleurs" de Ellsberg.

Dans cet exemple, les prédictions sont les suivantes :

Prédiction 1 : "l'effet de taille" pour un nombre de SOD donné

Si deux situations sont caractérisées par un même nombre de SOD, celle qui a un intervalle de valeur plus petit est moins ambiguë et est préférée par le décideur. ➔ La loterie 2 (loterie 4) est préférée à la loterie 1 (loterie 3) car elle est moins ambiguë selon le critère de taille.

Prédiction 2 : "l'effet nombre de SOD" pour une taille d'intervalle donné

Lorsque les probabilités deux situations ambiguës sont définies sur un même intervalle de valeurs, la situation la plus ambiguë (et la moins appréciée) est celle qui a un nombre possible de SOD plus important. ➔ La loterie 3 (loterie 4) est préférée à la loterie 1 (loterie 2) car elle moins ambiguë selon le critère du nombre de SOD.

Prédiction 3 : accroissement général de l'ambiguïté

➔ La loterie 4 est préférée à la loterie 1, plus ambiguë selon les deux critères.

Grâce à ces critères, il est possible de déterminer, parmi les 4 loteries, la loterie la plus ambiguë (loterie 1), la loterie la moins ambiguë (loterie 4). En revanche, il n'est pas possible de prédire laquelle des deux loteries restantes (loteries 2 et 3) est la pus ambiguë. En effet, nous ne connaissons pas d'expérience ayant testé l'influence respective de "l'effet de taille" et de "l'effet nombre de SOD" en proposant aux sujets un choix entre une loterie à intervalle réduit et nombre élevé de SOD et une loterie à intervalle fort et faible nombre de SOD. C'est ce que nous proposons de faire dans cette expérience.

3.2 L'expérience : comment faire révéler aux sujets leurs préférences entre les loteries 2 et 3

3.2.1 Le but de l'expérience

Le but de l'expérience est de vérifier que les individus ont des préférences stables lorsqu'ils sont amenés à choisir entre la loterie 2 et la loterie 3. On suppose que les individus sont "averses" à l'ambiguïté. Par suite, on peut dire que la loterie qu'ils choisissent est la loterie la moins ambiguë. Puisque les individus ont affaire à des loteries, l'effet "compétence" est contrôlé et l'on peut s'attendre à une homogénéité des résultats entre individus.

Si la loterie 2 est préférée à la loterie 3, on dira que "l'effet taille" l'emporte sur "l'effet nombre de SOD" et inversement. Distinguer entre ces deux facteurs permet de comprendre dans quelle mesure l'ambiguïté d'une situation est liée à la taille de l'intervalle ou au nombre de SOD.

Si l'effet nombre de SOD l'emporte, on pourra suggérer, en reprenant les études de Smithson que les individus sont "averses" au conflit (Smithson [1997] et [1999]). Notre intuition est que les individus n'aiment pas les situations caractérisées par des informations contradictoires. Une loterie ayant 2 SOD possibles, par exemple, peut être envisagée comme une situation conflictuelle dans laquelle 2 experts suggèrent des distributions de probabilités différentes et ne sont pas d'accord entre eux. La prédiction que nous proposons est donc : ***compte tenu de l'aversion au conflit, les sujets devraient préférer la loterie ayant un intervalle plus grand mais un nombre de SOD réduit (la loterie 3 est préférée à la loterie 2).***

3.2.2 Procédure

Les sujets doivent faire un choix entre des loteries ambiguës spécialement créées pour l'expérience. Ils doivent également évaluer l'intérêt qu'ils portent à chaque loterie. Chaque loterie contient 100 boules, de deux couleurs différentes (rouges R et jaunes J par exemple). On demande au sujet de tirer une boule (sans regarder) dans urne, s'il tire une boule Rouge il gagne une certaine somme d'argent (20 euros par exemple), s'il tire une boule Jaune, il ne gagne rien. Chaque sujet exécute cette tâche 5 fois et évalue 5 loteries différentes (celles qu'il choisit). Le support de l'expérimentation est un questionnaire papier

a) Les loteries proposées

Le tableau 2 présente les loteries proposées aux sujets. Les comparaisons intéressantes sont : A2 v/ B1; A3 v/ B1; A3 v/ B2; B2 v/ C1; B3 v/ C1; and B3 v/ C2. Dans le cas des loteries ayant 1 SOD, la probabilité de tirer une boule Rouge suit une loi de distribution uniforme (par incrément de 1). En ce qui concerne les loteries avec 2 SOD, une des SOD est une loi uniforme allant de 1 en 1, l'autre loi possible est une loi uniforme allant de 5 en 5 (ceci est détaillé par la suite). La signification des loteries ayant un nombre non précisé de SOD est la suivante : le sujet ne dispose d'aucune information sur la distribution de la probabilité, la SOD peut être une loi continue uniforme, une loi normale, ou n'importe quelle loi que le sujet imagine.

Tableau 2 : les loteries proposées

	Taille de l'intervalle [0,1]	Taille de l'intervalle [0.3, 0.7]	Taille de l'intervalle [0.35,0.65]
Nombre de SOD élevé	*A1 Ambiguïté maximale*	*B1*	*C1*
2 SOD	*A2*	*B2*	*C2*
1 SOD	*A3*	*B3*	*C3Ambiguïté réduite*

Les loteries proposées permettent de contrôler

- l'ampleur de la réduction / augmentation de l'intervalle de valeurs de la probabilité et
- l'ampleur de la réduction / augmentation du nombre de SOD.

Il serait également intéressant de maîtriser un effet de "centrage". Le fait qu'un sujet face à deux loteries, préfère celle qui a le plus petit intervalle et le nombre de SOD le plus élevé peut signifier deux choses :

a) l'effet taille est plus important que l'effet nombre de SOD ou
b) les sujets préfèrent les loteries dans lesquelles les valeurs extrêmes des probabilités ne sont pas possibles.

Contrôler cet effet de centrage est théoriquement possible mais rend la tâche des sujets encore plus ardue[4].

Nous réduisons notre expérience aux cas avec 1 et 2 et un nombre non précisé de SOD.

b) Comment créer des loteries?

Pour créer les loteries, nous utilisons la procédure suggérée par Yates et Zukoski [1976] et utilisée par Rode et ali [1999].

On explique aux sujets que le nombre de boules Rouges de l'urne est déterminé par un tirage aléatoire d'une carte dans une boîte contenant un certain nombre de cartes numérotées. Le numéro inscrit sur la carte détermine le nombre de boules rouges qui sera placé dans l'urne. Seul l'expérimentateur est au courant de ce nombre. Par contre, le sujet peut déterminer la probabilité que chaque carte a d'être tirée (1/ Nb total de cartes), il a ainsi une idée précise de la fonction de distribution de la probabilité associée à l'événement tirer une boule Rouge. Cette SOD est une loi uniforme. Il est possible de faire varier la nature de cette SOD uniforme en modifiant le nombre de cartes et leur numérotation dans la boîte.

Exemple : induire une distribution de second-ordre uniforme sur [0,1] (Yates et Zukoski [1976]).

1ère étape : on décide que la couleur rouge est la couleur gagnante

2ème étape : Composition du sac à cartes. 101 cartes numérotées de 0 à 100 sont placées dans le sac pas le sujet.

3ème étape : 1er tirage aléatoire. Le sujet tire une carte parmi les 101 cartes et la tend à l'expérimentateur sans la regarder.

---

[4] Pour contrôler cet effet, il faudrait proposer des loteries à intervalle réduit décalé vers la droite (e.g [0, 0.5]) interdisant la valeur extrême 1 ou vers la gauche (e.g. [0.5, 1]). Mais en décentrant l'intervalle, la probabilité moyenne change, à moins d'utiliser des fonctions de distribution de second-ordre non uniforme. Cela rendrait la tâche d'évaluation particulièrement délicate.

4ème étape : Composition de l'urne à boules. L'expérimentateur lit la valeur inscrite sur la carte, celui-ci lui indique le nombre exact de boules rouges à déposer dans l'urne. Il ajoute ensuite des boules blanches de façon à ce qu'il y ait 100 boules dans l'urne.
5ème étape : 2ème tirage aléatoire. Le sujet tire sans regarder une boule dans l'urne.
6ème étape : Paiement. Si le sujet a tiré une boule rouge, il reçoit 20 euros et rien sinon.

Remarques

- Cette procédure permet d'induire des SOD uniformes définies sur des intervalles de valeurs différents. Si l'on veut induire une SOD uniforme définie sur l'intervalle [0.3, 0.7] par exemple, il suffit de redéfinir l'étape 2 comme suit : 41 cartes, numérotées de 30 à 70 sont placées dans le sac. La probabilité moyenne de gagner est toujours ½.
- Pour induire 2 SOD sur un intervalle donné [a, b] ([0,35, 0.65] par exemple), l'étape 2 peut être modifiée de la façon suivante : on dit au sujet qu'il y a 2 sacs contenant des cartes et qu'il ne sait pas dans lequel il va piocher. Un des sacs contient 31 cartes (numérotées de 35 à 65 par incrément de 1) alors que l'autre sac contient 7 cartes numérotées de 35 à 65 par incrément de 5 : cartes n° 35, 40, 45, ..., 65). La première SOD est une loi uniforme avec la probabilité 1/31 et une valeur moyenne égale à ½ ; la deuxième SOD à la même probabilité moyenne mais la probabilité de chaque valeur est 1/7.
- Pour suggérer une SOD générale, il suffit de dire aux sujets qu'il y a 100 boules, rouges ou jaunes, dans l'urne, sans plus de précision.

c) Comment créer des groupes et contrôler les variables

Afin de mesurer *l'importance de l'effet de taille par rapport à l'effet de nombre de SOD*, tous les sujets ne reçoivent pas les mêmes loteries. Les sujets sont répartis en 3 groupes (between subjects):

- Groupe 1 : les sujets choisissent entre des loteries ayant 1 SOD et des loteries ayant un nombre non précisé de SOD;
- Groupe 2 : les sujets comparent des loteries avec 2 SOD à des loteries ayant un nombre non précisé de SOD;
- Groupe 3 : les sujets comparent des loteries avec 1 SOD à des loteries avec 2 SOD.

La *réduction de la taille de l'intervalle* n'est pas la même pour toutes les loteries évaluées par un même sujet (within subject). Une réduction de 60% et une réduction de 25% sont proposées.

- La réduction de 60% de l'intervalle correspond à un passage d'un intervalle [0,1] à un intervalle [0.3, 0.7], la moyenne restant ½.

- La réduction de 25% correspond à un passage d'un intervalle [0.3, 0.7] à un intervalle [0.35, 0.65].

d) Comment faire en sorte que les sujets soient attentifs ?

Pour s'assurer de la participation des sujets, on leur annonce qu'un certain nombre d'entre eux (entre 5 et 10% par exemple) sera sélectionné de façon aléatoire et jouera pour de vrai (c'est à dire recevra les gains monétaires annoncés en cas de succès).

e) Description du questionnaire

Chaque sujet reçoit un questionnaire contenant 5 couples de loteries à évaluer. On lui demande a) de choisir la loterie qu'il préfère dans chaque couple et b) de donner son prix de réserve (minimum) pour chacune des 5 loteries qu'il choisit.

Les 5 paires de loteries

- Les paires de loteries n° 1 et n°2 : le but de ces deux comparaisons est d'étudier si l'effet taille ou l'effet nombre de SOD l'emporte. Une loterie a un nombre de SOD important et un intervalle réduit tandis que l'autre loterie a un intervalle large et un nombre de SOD faible. Les loteries de la paire 1 et de la paire 2 sont différentes.
- La paire de loteries n°3 : les deux loteries ambiguës ont le même intervalle mais pas le même nombre de SOD. Cette tâche permet de vérifier la validité du critère nombre de SOD.
- La paire de loteries n°4 : le sujet doit choisir entre une loterie risquée et une loterie ambiguë. Cela permet de vérifier l'hypothèse d'aversion à l'ambiguïté de Ellsberg. L'espérance de gain est la même dans les deux loteries.
- La paire de loteries n°5 : cette comparaison permet de vérifier la validité du critère taille de l'intervalle. Les 2 loteries ont le même nombre de SOD mais un intervalle de taille différente.

Afin de contrôler un effet d'ordre, l'ordre de présentation des tâches varie entre les sujets.

Description des 3 groupes

L'affectation des sujets dans un groupe est aléatoire.

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
	Comparaison entre loteries à 1 SOD et un nombre non précisé de SOD.	Comparaison des loteries avec 2 SOD à des loteries ayant un nombre non précisé de SOD	Comparaison des loteries avec 1 SOD à des loteries avec 2 SOD
Mesurer l'importance respective de l'effet de taille et de l'effet nombre de SOD	2 paires de loteries sont proposées (paires de loteries n° 1 et 2) : A3 v/ B1 (réduction de l'intervalle de 60%) et B3 v/ C1 (réduction de 25% de l'intervalle). L'ordre de présentation varie d'un sujet à l'autre.	2 paires de loteries sont proposées : A2 v/ B1 et B2 v/ C1	2 paires de loteries sont proposées : A3 v/ B2 et B3 v/ C2
Validité du critère nombre de SOD	Les sujets devront choisir, par exemple, entre A1 v/ A3 (ou B1 v/ B3 ou C1 v/ C3). La paire présentée est choisie de façon aléatoire	Les sujets devront choisir, par exemple, entre A2 v/ A1 (ou B2 v/ B1 ou C2 v/ C1).	Les sujets devront choisir, par exemple, entre A3 v/ A2 (ou B3 v/ B2 ou C3 v/ C2).

Les paires de loteries n° 4 et n°5 sont sélectionnées de façon aléatoire.

- Paire de loteries n°4 (mesure de l'aversion à l'ambiguïté selon Ellsberg) : toutes les loteries peuvent être comparées à une loterie risquée ayant le même équivalent certain.
- Paire de loterie n°5 (contrôle du critère taille de l'intervalle) : pour chaque groupe, 6 paires sont possibles (2 catégories de SOD x 3 tailles). Une paire est choisie au hasard.

f) La technique de l'équivalent monétaire

Pour mesurer l'attrait des loteries, nous utilisons le protocole du prix de vente minimum (Minimum Selling Price) de Becker, DeGroot and Marshack (1964). C'est une méthode couramment utilisée pour déterminer l'équivalent monétaire d'une loterie (Yates et Zukoski [1976], Rode et ali. [1999]). Le MSP est déterminé de la façon suivante : le sujet a la possibilité de jouer à une loterie. On lui demande de déterminer le prix de vente de cette loterie, ie la plus petite somme d'argent qu'il aimerait recevoir pour bien vouloir céder son droit de jouer à la loterie. Indépendamment de cette évaluation, l'expérimentateur tire une carte dans un sac contenant 101 cartes. Les cartes sont numérotées de 0 à 10 euros par incréments de 10 centimes d'euros. La carte tirée par l'expérimentateur détermine le prix d'achat de la loterie. Si le prix d'achat proposé par l'expérimentateur est supérieur ou égal au MSP du sujet, le sujet cède son droit à jouer à la loterie. Dans le cas contraire, il joue à la

3.2.3 Prédictions

Prédiction 1: l'effet de taille (pour un nombre donné de SOD)

La loterie C1 (C2, C3) est préférée à la loterie B1 (B2, B3)
La loterie B1 (B2, B3) est préférée à la loterie A1 (A2, A3)
La loterie C1 (C2, C3) est préférée à la loterie A1 (A2, A3)

Prédiction 2: l'effet nombre de SOD (pour un intervalle donné)

La loterie A3 (B3, C3) est préférée à la loterie A2 (B2, C2)
La loterie A2 (B2, C2) est préférée à la loterie A1 (B1, C1)
La loterie A3 (B3, C3) est préférée à la loterie A1 (B1, C1)

Prédiction 3: lorsque les 2 critères donnent la même conclusion

La loterie C3 est préférée à la loterie A1, A2, B1 and B2
La loterie C2 est préférée à la loterie A1 and B1
La loterie B3 est préférée à la loterie A1 and A2

Prédiction 4: effet de taille v/ effet nombre de SOD

Les sujets comparent les loteries suivantes entre elles :
Loteries A3 v. B1; A3 v. B2; A2 v. B1; B3 v. C1; B3 v. C2; B2 v. C1.

Notre intuition est que les individus n'aimant pas le conflit vont préférer B1 à A3 et à A2, B2 à A3, C1 à B3 et à B2, C2 à B3.

5. Discussion

Nous ne sommes pas certains des résultats de l'expérience. Si notre intuition est confirmée, les sujets devraient accorder plus d'importance à la réduction du nombre de SOD qu'à la diminution de la taille de l'intervalle (l'effet nombre de SOD l'emporte) car une loterie décrite par un grand nombre de SOD est envisagée comme une loterie "conflictuelle".

L'aversion au conflit est suggérée par Smithson [1997] et testée dans Smithson [1999]. Dans cette étude, Smithson utilise la définition de l'ambiguïté de Black. L'ambiguïté d'une situation renvoie à la pluralité des interprétations possibles. Smithson propose l'exemple suivant : "the world "hot" in the sentence "this food is hot" could refer to spiciness, high temperature or stolen food". Dans l'approche psychologique, l'ambiguïté renvoie à des situations plus diverses qu'une économie. La définition que Smithson propose du conflit est légèrement différente de la situation conflictuelle que nous présentons (une situation conflictuelle est une situation dans laquelle la probabilité de l'événement aléatoire suit une loi de distribution qui n'est pas bien précisée). Smithson utilise le cadre théorique de Shafer. Une situation est conflictuelle lorsque 2 (ou plus) sous-ensemble disjoints d'un ensemble sont proposés au décideur. Par exemple, si un témoin dit que la voiture volée était de couleur verte alors qu'un autre témoin dit qu'elle était de bleue, il y a conflit. En revanche si les deux témoins sont d'accord pour dire que la voiture volée était de couleur verte ou bleue, il n'y a pas conflit. La notion d'aversion au conflit peut s'appuyer sur des théories psychologiques comme la théorie de la dissonance cognitive de Festinger. Nous pensons qu'un lien entre notre expérience et cette branche de la littérature sur l'ambiguïté est possible et prometteuse.

Une extension possible de cette expérience pourrait consister à vérifier que les préférences des individus sont stables dans le domaine des pertes également. En effet, dans le domaine du risque, les expériences de Kahneman et Tversky ont montré que les préférences des agents dans le domaine des gains (loteries positives) étaient inversées par rapport à leurs préférences dans le domaine des pertes. Dans le domaine des pertes, les agents peuvent préférer la perte risquée à la perte certaine (alors qu'ils préfèrent généralement le gain certain au gain aléatoire). Ce phénomène, appelé "reflexion effect" (ou renversement des préférences), se manifeste également dans des situations ambiguës (Camerer et Weber [1992]). Etudier les préférences des agents dans des situations de perte ambiguës permettrait d'appréhender des problèmes de choix plus concrets, comme des problèmes d'assurance.

6. Références

Camerer C., Weber M. [1992], Recent developments in modeling preferences: uncertainty and ambiguity, *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 5, pp. 325-370.

Cohen M., Tallon J.-M. [2000], Decision under risk and uncertainty: the non-additive approach, *Revue d'Economie Politique*, vol. 110, n°5, pp. 631-681.

Curley S., Yates F. and Abrams R. [1986], Psychological sources of ambiguity avoidance, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 38, p. 230-256.

Curley S., Yates F. [1985], The center and range of the probability interval as factors affecting ambiguity preferences, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 36, pp. 272-287.

Dequech D. [2001], Bounded rationality, Institutions and Uncertainty, *Journal of Economic Issues*, vol. 35, n°4, p. 911-929.

Ellsberg D. [1961], Risk, ambiguity and the Savage axioms, *The Quarterly Journal of Economics*, vol.75, pp. 643-669.

Fox G., Tversky A. [1995], Ambiguity aversion and comparative ignorance, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 110, pp. 585-603.

Fox G., Weber M., [2001], Ambiguity aversion, comparative ignorance and decision context, not published.

Kahneman D., Tversky A., [1979], Prospect theory: an analysis of decision under risk, *Econometrica*, vol. 47, n°2, pp. 263-289.

Kahn B., Sarin R. [1988], Modeling ambiguity in decision under uncertainty, *Journal of Consumer Research*, vol. 15, pp. 265-272.

Rode C., Cosmides L., Hell W., Tooby J., [1999], When and why do people avoid unknown probabilities in decision under uncertainty ? Testing some prediction from optimal foraging theory, *Cognition*, vol. 72, pp.:269-304.

Smithson M., [1997], Human judgment and imprecise probabilities, The imprecise probabilities project, http://ippserv.rug.ac.be

Smithson M., [1999], Conflict aversion: preference for ambiguity vs conflict in sources and evidence, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 79, n°3, pp.: 179-198.

Yates F., Zukowski G. [1976], Characterization of ambiguity in decision making, *Behavioral Science*, vol. 21, pp.19-25.